**8** A/ Soit g la fonction définie sur $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ par $g(x)=\sin(2x)-x$.

1. Etudier les variations de g.
2. Montrer que l'équation $\sin(2x)=x$ admet une unique solution $\alpha$ dans $]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}[$.

B/ Soit f la fonction définie sur $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ par $f(x)=\sin(2x)$ et $C_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. a. Ecrire une équation de la tangente à la courbe $C_f$ au point d'abscisse 0.

b. Montrer que l'origine du repère est un point d'inflexion de la courbe $C_f$.

2. Etudier f et tracer $C_f$.

3. a. Montrer que f réalise une bijection de $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ sur $[-1, 1]$.

On notera $f^{-1}$ la fonction réciproque de f et $C_{f^{-1}}$ la courbe représentative de $f^{-1}$.

b. Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le même repère.

4. Montrer que la fonction $f^{-1}$ est dérivable sur $]-1, 1[$ et calculer $(f^{-1})'(x)$.

**9** Soit la fonction f définie sur $[0, 1[$ par $f(x)=\sqrt{\frac{x}{1-x^2}}$.

1. a. Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement.

b. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

c. Tracer $C_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2. Montrer que f réalise une bijection de $[0,1[$ sur un intervalle I à préciser.

On notera $f^{-1}$ la fonction réciproque de f et $C_{f^{-1}}$ la courbe représentative de $f^{-1}$.

3. a. La fonction $f^{-1}$ est-elle dérivable à droite en 0 ?

b. Calculer $f^{-1}(x)$, pour tout réel x de I.

c. Tracer $C_{f^{-1}}$ dans $(O,\vec{i},\vec{j})$.

**10** Soit f la fonction définie sur $[-1, 1[$ par $f(x)=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

On désigne par $C_f$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. a. Montrer que f est dérivable sur $]-1, 1[$ et calculer $f'(x)$.

b. Etudier la dérivabilité de f à droite en $-1$ et interpréter graphiquement.

c. Déterminer $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ et interpréter graphiquement.

d. Dresser le tableau de variation de f.

2. a. Ecrire une équation de la tangente T à $C_f$ en son point A d'abscisse 0.

b. Etudier la position relative la position relative de $C_f$ et T. Construire $C_f$ et T.

3. a. Montrer que f réalise une bijection de $[-1, 1[$ sur un intervalle J.

On notera $f^{-1}$ la fonction réciproque de f et $C_{f^{-1}}$ sa représentation graphique.

b. Tracer $C_{f^{-1}}$ dans $(O,\vec{i},\vec{j})$.

**11** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}$.

On désigne par $C_f$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Etudier les variations de f.
2. a. Montrer que le point $I(-1, 0)$ est un centre de symétrie de $C_f$.

b. Montrer que I est un point d'inflexion de $C_f$.

3. a. Montrer que la droite $\Delta : y=x$ coupe $C_f$ en un seul point d'abscisse $\alpha$ et que $0<\alpha<1$.

b. Déterminer la position relative de la courbe $C_f$ et la droite $\Delta$.

Oarray.tn-Agra Blech- Oarray.tn